

ఏపీ టెట్ - 2014

పేపర్ 2 మ్యాథ్ సాధనలు

ప్రశ్న: 'x' వాస్తవ విలువకు $2(2x + 3) - 10 < 6(x - 2)$ అనే అసమీకరణం సాధన సమితి?

సమాధానం: $(4, \alpha)$

సాధన:

$$2(2x + 3) - 10 < 6x - 12$$

$$4x + 6 - 10 < 6x - 12$$

$$4x - 4 < 2(3x - 6)$$

$$2(2x - 2) < 2(3x - 6)$$

$$2x - 2 < 3x - 6$$

$$2x - 2 + 6 < 3x$$

$$2x + 4 < 3x$$

$$4 < 3x - 2x$$

$$4 < x$$

ప్రశ్న: సంవత్సరానికి 10% రేటు చొప్పున వడ్డీ తిరుగ కట్టు పద్ధతిలో (చక్రవడ్డీ) అసలు రూ.1,000లు మొత్తం రూ.1,331 అవడానికి పట్టే కాలం (సంవత్సరాలలో)?

సమాధానం: 3 సంవత్సరాలు

సాధన:

$$\text{మొత్తం (A)} = 1,331$$

$$\text{అసలు (P)} = 1,000$$

$$\text{రేటు (R)} = 10\%$$

కాలాన్ని n సంవత్సరాలు అనుకుంటే

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$1331 = 1000 \times \left(1 + \frac{10}{100} \right)^n$$

$$\left(\frac{110}{100} \right)^n = \frac{1331}{1000}$$

$$\left(\frac{11}{10} \right)^n = \left(\frac{11}{10} \right)^3$$

$$\therefore n = 3$$

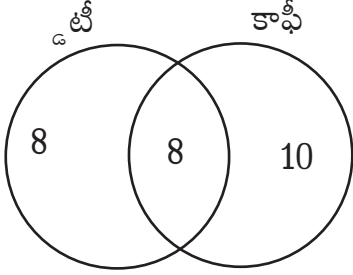
ప్రశ్న: త్రిభుజంలోని ఉన్నతుల ఖండన బిందువు?

సమాధానం: గురుత్వ కేంద్రం

ప్రశ్న: 26 మంది విద్యార్థులు గల ఒక తరగతిలో 8 మంది 'టీ' తాగుతారు కాని 'కాఫీ' తాగరు. 16 మంది విద్యార్థులు టీ తాగితే కాఫీ తాగే విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

సమాధానం: 18

సాధన:



$$\text{టీ తాగేవారి సంఖ్య} = 8 + 8 = 16$$

$$\text{కాఫీ తాగేవారి సంఖ్య} = 10 + 8 = 18$$

ప్రశ్న: 14 సెం.మీ. వ్యాసార్థం గల ఒక వృత్తంలో AB ఒక జ్యా. ఆ జ్యా AB కేంద్రం 'O' వద్ద లంబకోణం చేసినట్లైతే త్రిభుజం AOB వైశాల్యం (చ.సెం.మీ. లలో)?

సమాధానం: 56 చ.సెం.మీ.

ప్రశ్న: ఒక త్రిభుజం వైశాల్యం 30 చ.సెం.మీ. త్రిభుజం ఉన్నతి దాని ఆధార భుజం కంటే 7 సెం.మీ. ఎక్కువ అయితే ఆధార భుజం పొడవు (సెం.మీ.లలో)?

సమాధానం: 5 సెం.మీ.

సాధన:

$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} = 30 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{భూమి } x \text{ సెం.మీ. అనుకుంటే ఎత్తు} = x+7$$

$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times (x+7) = 30$$

$$x(x+7) = 60$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$x^2 + 12x - 5x - 60 = 0$$

$$x(x+12) - 5(x+12) = 0$$

$$(x-5)(x+12) = 0$$

$$x = 5 \text{ or } -12 \quad (x = -12 \text{ సాధ్యపడదు.})$$

ప్రశ్న: ఒక చతుర్భుజం (రాంబస్)లో కర్ణాల పొడవులు వరుసగా 6 సెం.మీ., 8 సెం.మీ. అయితే దాని భుజం పొడవు (సెం.మీ.లలో)?

సమాధానం: 5 సెం.మీ.

సాధన:

పటం నుంచి రాంబస్ కర్ణాలు $AC = 6$ సెం.మీ., $BD = 8$ సెం.మీ.

AOB లంబకోణ త్రిభుజం నుంచి

భుజం $AO = AC/2 = 6/2 = 3$ సెం.మీ.

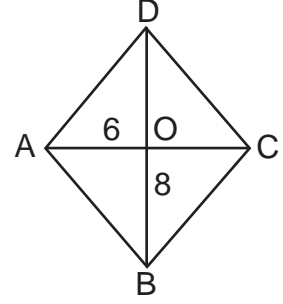
భుజం $OB = BD/2 = 8/2 = 4$ సెం.మీ.

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం $AB^2 = AO^2 + OB^2$

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AB = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

\therefore భుజం పొడవు = 5 సెం.మీ.



ప్రశ్న: ఒక కోణం 180° కంటే ఎక్కువ, 360° కంటే తక్కువ ఉన్నట్లైతే, ఆ కోణం?

సమాధానం: పరావర్తన కోణం

ప్రశ్న: ఒక పొలం దీర్ఘచతురస్రాకారంగా ఉంది. దాని పొడవు వెడల్పునకు $1\frac{1}{2}$ రెట్లు ఉంది. దాని వైశాల్యం 2.4576 హెక్టార్లు అయితే దాని చుట్టుకొలత (మీటర్లలో)?

సమాధానం: 640 మీటర్లు

సాధన:

వెడల్పు = x

పొడవు = $1\frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x$

$$\begin{aligned} \text{దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం} &= 2.4576 \text{ హెక్టారు} \\ &= 2.4576 \times 10000 \\ &= 24576 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}x \times x = 24576$$

$$3x^2 = 24576 \times 2$$

$$x^2 = \frac{24576 \times 2}{3} = 8192 \times 2$$

$$x^2 = 16384$$

$$x = \sqrt{16384} = 128$$

వెడల్పు = $x = 128$

$$\text{పొడవు} = \frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \times 128 = 3 \times 64 = 192$$

$$\text{చుట్టు కొలత} = 2 (\text{పొడవు} + \text{వెడల్పు})$$

$$= 2(192 + 128)$$

$$= 2 \times 320 = 640$$

ప్రశ్న: కమ్మి రేఖాచిత్రంలో ఒక దీర్ఘ చతురస్రం సూచించే విలువ దేనికి అనుపాతంలో ఉంటుంది?

సమాధానం: పొడవు

ప్రశ్న: రెండు రైళ్ల వేగాల మధ్య నిష్పత్తి 7 : 8. రెండో రైలు 4 గంటల్లో 400 కి.మీ. ప్రయాణం చేసినట్లైతే మొదటి రైలు వేగం (కి.మీ./గం.లలో)?

సమాధానం: 87.5 కి.మీ./గం.

సాధన:

$$\text{వేగం} = \text{దూరం} / \text{కాలం} = 400/4 = 100 \text{ కి.మీ.}$$

$$\text{రెండో రైలు వేగం} \Rightarrow 8x = 100$$

$$x = 100/8$$

$$\text{మొదటి రైలు వేగం } 7x = 7 \times 100/8$$

$$= 87.5$$

ప్రశ్న: విద్యార్థి ఒక రోజులో గడిపిన సమయం పట్టికలో ఇచ్చారు.

కార్యకలపాలు	నిద్ర	పాఠశాల	ఆటలు	ఇతరాలు
కాలం	8 గం॥	6 గం॥	2 గం॥	8 గం॥

ఒక విద్యార్థి పాఠశాలలో 6 గంటల సమయం గడిపినట్లైతే పాఠశాలలో గడిపిన సమయానికి చూపే కోణం ఎంత?

సమాధానం: 90°

సాధన:

$$24 \text{ గంటలు} \text{ ————— } 360^\circ$$

$$6 \text{ గంటలు} \text{ ————— } ?$$

$$24 \times x = 6 \times 360$$

$$x = \frac{6 \times 360}{24} = \frac{2160}{24} = 90^\circ$$

ప్రశ్న: $\sqrt{2} = 1.4142$ అయితే $\frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$ విలువ.....

సమాధానం: 0.4142

సాధన:

$$\frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{(2)^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{4 - 2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2(\sqrt{2}-1)}{2} \\ &= 1.4142 - 1 = 0.4142 \end{aligned}$$

ప్రశ్న: $0.5\bar{7}$ విలువ ఎంత?

సమాధానం: $\frac{26}{45}$

ప్రశ్న: రెండు సంఖ్యల క.సా.గు 48. ఆ రెండు సంఖ్యలు 2 : 3 నిష్పత్తిలో ఉంటే వాటి మొత్తం?

సమాధానం: 40

సాధన:

రెండు సంఖ్యలను $2x$, $3x$ అనుకుంటే

వాటి క.సా.గు = $6x$

$$6x = 48$$

$$x = 8$$

రెండు సంఖ్యలు $2x = 2 \times 8 = 16$

$$3x = 3 \times 8 = 24$$

$$\text{మొత్తం} = 24 + 16 = 40$$

ప్రశ్న: రూ.450లు 2 సంవత్సరాల్లో రూ.495 మొత్తమైన, అదే రేటు చొప్పున రూ.820లు రూ.943 అవడానికి పట్టేకాలం ఎంత?

సమాధానం: 3 సంవత్సరాలు

సాధన:

$$\text{వడ్డీ SI} = \text{మొత్తం} - \text{అసలు} = 495 - 450 = 45$$

$$\text{వడ్డీ రేటు } R = \frac{100 \times \text{SI}}{\text{PT}} = \frac{100 \times 45}{450 \times 2} = 5$$

$$5\% \text{ రేటుతో రూ.820లు రూ.943 కావడానికి పట్టే కాలం } T = \frac{100 \times 123}{820 \times 5} = 2 \times 1.5 = 3$$

ప్రశ్న: $\sqrt{1 + \frac{x}{144}} = \frac{13}{12}$ అయితే 'x' విలువ ?

సమాధానం: 25

సాధన:

$$\sqrt{1 + \frac{x}{144}} = \frac{13}{12} \Rightarrow 1 + \frac{x}{144} = \frac{169}{144}$$

$$\frac{144 + x}{144} = \frac{169}{144}$$

$$144 + x = 169$$

$$x = 169 - 144$$

$$x = 25$$

ప్రశ్న: $A = \{1,2\}$, $B = \{a,b,c\}$ లు రెండు సమితులు అయితే A నుంచి B కు గల సంబంధాల సంఖ్య?

సమాధానం: 64

ప్రశ్న: $x : y = 8 : 9$, $x : z = 6 : 5$ అయితే y, z ల నిష్పత్తి?

సమాధానం: 27 : 20

సాధన:

$$x : y = 8 : 9$$

$$x : z = 6 : 5$$

$$x : y = 48 : 54$$

$$x : z = 48 : 40$$

$$y : z = 54 : 40 = 27 : 20$$

ప్రశ్న: ఒక సమాంతర చతుర్భుజం $ABCD$ లో A, B కోణాల సమద్విఖండన రేఖలు P వద్ద ఖండించుకుంటే, కోణం APB ?

సమాధానం: 90°

ప్రశ్న: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$ అనే సమీకరణంలో 'x' విలువ ఎంత?

సమాధానం: $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

సాధన:

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$$

$$4 \times 4^x + 4 \times 4^{-x} = 10$$

$$4 \times 4^x + \frac{4}{4^x} = 10$$

$$4^x + \frac{1}{4^x} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2} \quad (\because 4^x = a)$$

$$\frac{a^2 + 1}{a} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2a^2 + 2 = 5a$$

$$2a^2 - 5a + 2 = 0$$

$$2a^2 - 4a - a + 2$$

$$2a(a - 2) - 1(a - 2) = 0$$

$$(2a - 1)(a - 2) = 0$$

$$a = 2 \text{ or } a = \frac{1}{2}$$

$$4^x = a \Rightarrow 2^{2x} = 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$4^x = a \Rightarrow 2^{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{-1} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

ప్రశ్న: ఒక ఘనం భుజాన్ని 50% పెంచినట్లైతే దాని సంపూర్ణతల వైశాల్యంలో పెరుగుదల శాతం ఎంత?
సమాధానం: 125%

ప్రశ్న: $R = \{(x, y) / x, y \in N, x + 2y = 5\}$ అనే సంబంధం యొక్క ప్రదేశం?

సమాధానం: (1, 2, 3)

సాధన:

$$x + 2y = 5$$

$$x = 1, y = 2 \quad (1, 2) \quad 1 + 2(2) = 1 + 4 = 5$$

$$x = 3, y = 1 \quad (3, 1) \quad 3 + 2(1) = 3 + 2 = 5$$

ప్రశ్న: A, B లు ఇద్దరు కలిసి ఒక పనిని 4 రోజుల్లో పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని A ఒక్కడు 12 రోజుల్లో పూర్తిచేయ గలిగితే B ఒక్కడు ఆ పనిని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తి చేయగలడు?

సమాధానం: 6 రోజులు

సాధన:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{4} \quad \left(\because \frac{1}{A} = \frac{1}{12} \right)$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{B} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{3-1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

A ఒక్కడు ఆ పనిని చేయడానికి పట్టే కాలం 6 రోజులు